

**KAJIAN MATEMATIS DAN SIMULASI SKENARIO
TENTANG BANYAKNYA KEMENANGAN
YANG DIBUTUHKAN SUATU TIM
UNTUK MENCAPAI PERINGKAT TERTENTU
DALAM SUATU TURNAMEN**

Benny Yong; Liem Chin; J Dharma Lesmono

Jurusan Matematika FTIS, UNPAR
Gedung 9 Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94 Bandung 40141
benny_y@unpar.ac.id, chin@unpar.ac.id, jdharma@unpar.ac.id

ABSTRACT

In a tournament, a team does not need to win all the matches to win the title. However, a team can make the strategy by winning the minimum number of matches to achieve a certain rank, so that it can proceed to the next tournament. We present a mathematical study for this case. In addition, simulations are provided to support that study. We found some bounds for the number of winning to guarantee that a team will or will not qualify for the next higher tournament such as UEFA Champion League in this case.

Keywords: *UEFA Champion League, counting technique, simulation*

ABSTRAK

Dalam setiap pertandingan di suatu turnamen, tentu saja para pesertanya tidak harus selalu menang. Namun, mereka harus mempunyai strategi yang baik agar memperoleh kemenangan minimum untuk mencapai peringkat tertentu sehingga dapat masuk ke turnamen selanjutnya. Pada penelitian ini akan dicari perhitungan matematika tentang banyaknya kemenangan suatu tim untuk melihat apakah tim tersebut lolos atau tidak lolos ke turnamen yang lebih tinggi, seperti UEFA Champion League. Selain itu, akan diberikan pula simulasi dari skenario suatu tim untuk batas atas minimum dan batas bawah maksimum dari banyaknya kemenangan.

Kata kunci: *UEFA Champion League, teknik menghitung, simulasi*

PENDAHULUAN

Dalam suatu turnamen, tentu saja para pesertanya berlomba-lomba untuk menjadi yang terbaik. Strategi para peserta tentu saja sangat diperlukan, apalagi bila turnamen tersebut berlangsung cukup lama seperti kejuaraan sepakbola *Australian Football League* (AFL). Pada AFL ada dua babak, yaitu babak penyisihan dan utama. Babak penyisihan terdiri dari 16 tim yang bertanding secara setengah kompetisi (masing-masing tim hanya bertanding satu kali). Jadi setiap tim bertanding sebanyak 15 kali. Setelah itu masing-masing tim bertanding tujuh kali lagi dengan lawan yang dipilih dengan aturan tertentu. Setelah selesai menjalankan 22 kali pertandingan, delapan tim dengan poin terbanyak akan bertanding pada babak utama. Poin setiap tim dihitung sebagai berikut: empat poin jika menang, dua poin jika seri, dan nol poin jika kalah.

Anggap bahwa tim yang seri sebagai tim yang memperoleh 0.5 kemenangan. Tabel 1 berikut ini memperlihatkan banyaknya kemenangan yang dicapai oleh tim yang berada pada peringkat 8 dan 9 untuk musim kompetisi tahun 1995 – 2004.

Tabel 1
Banyaknya Kemenangan Peringkat 8 dan 9 AFL Tahun 1995-2004

Peringkat	Tahun									
	'95	'96	'97	'98	'99	'00	'01	'02	'03	'04
8	10	11.5	10.5	12	11	12	12	11	13	12
9	9	11	10.5	12	10.5	11	11	11	12	11

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa tim yang memperoleh 12 kemenangan dapat melaju ke babak utama. Namun hal ini bukanlah merupakan syarat cukup. Dari gagasan yang dibahas Bob Clarke (2005) ini, kami akan mencoba untuk menerapkannya pada sistem kompetisi lain, yaitu *Barclays Premier League* (di Indonesia dikenal dengan Liga Inggris).

Kejuaraan sepakbola *UEFA Champion League* diikuti oleh 48 tim sepakbola dari berbagai negara di daratan Eropa dengan empat di antaranya berasal dari tim Liga Inggris. Dari empat tim ini, tiga di antaranya langsung masuk *group stage* sedangkan satu tim masuk babak *playoff* (aturan ini dimulai musim kompetisi 2009/2010, sedangkan sebelumnya, dua tim teratas langsung masuk *group stage* dan dua tim berikutnya masuk babak *playoff*). Keempat tim ini merupakan peringkat 1 hingga 4 pada Liga Inggris musim sebelumnya. Kedua puluh tim yang ada di Liga Inggris tentu saja harus bersaing untuk masuk empat besar agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Pada Liga Inggris sendiri, pertandingan dilakukan secara kompetisi penuh, artinya setiap tim bertanding dua kali (tandang dan kandang) dengan tim lainnya. Untuk setiap pertandingan, tim yang menang memperoleh tiga poin, tim yang seri memperoleh satu poin, sedangkan tim yang kalah tidak memperoleh poin sama sekali. Dengan aturan demikian, perlu dicari informasi mengenai kemungkinan terbaik tentang jumlah kemenangan minimum (seri dianggap sebagai 1/3 kemenangan) suatu tim agar dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Sebanyak 20 tim di Liga Inggris harus bersaing agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Untuk memperoleh kesempatan ini tentu saja tidak mudah karena tim-tim tersebut harus melakukan pertandingan sebanyak 38 kali dalam semusim (sistem kompetisi penuh). Asumsikan bahwa empat peringkat teratas pada Liga Inggris tidak ada yang menjadi juara bertahan pada *UEFA Champion League* musim kompetisi tahun sebelumnya (menurut aturan *UEFA Champion*

League, juara bertahan musim kompetisi tahun sebelumnya, langsung masuk *group stage* tanpa memperhatikan peringkat di Liga Inggris). Dengan aturan yang ada di *UEFA Champion League* dan Liga Inggris serta asumsi di atas, pada penelitian ini akan dicari informasi mengenai kemungkinan terbaik tentang jumlah kemenangan minimum suatu tim agar dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (paling rendah masuk babak *playoff*). Selain itu, akan diberikan pula simulasi dari skenario suatu tim agar memperoleh poin minimum yang cukup untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Walaupun yang dibahas mengenai Liga Inggris, hasil penelitian ini dapat pula digunakan untuk turnamen lainnya asalkan aturannya sama. Oleh karena itu, di dalam paper ini kami tidak hanya membahas untuk sistem $\frac{1}{2}$ kompetisi saja, tetapi juga untuk sistem kompetisi penuh.

Tabel 2 di bawah ini memberikan dua buah contoh simulasi skenario (dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB) dari hasil akhir Liga Inggris. Dari simulasi ini, dapat dilihat bahwa sebuah tim dengan perolehan total poin 65 tidak dijamin lolos ke *UEFA Champion League*. Pada skenario pertama, ada tiga tim dengan total poin 65 dapat masuk ke *UEFA Champion League*, sedangkan pada skenario lainnya tim dengan total poin 65 tidak dapat lolos karena hanya berada pada peringkat 7 dan 8.

Tabel 2
Simulasi Skenario Hasil Akhir Liga Inggris (65 Poin)

Simulasi 1					Simulasi 2				
Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin	Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	19	8	11	65	1	28	4	6	88
2	18	11	9	65	2	26	6	6	84
3	18	11	9	65	3	25	6	7	81
4	16	11	11	59	4	26	2	10	80
5	15	12	11	57	5	25	4	9	79
6	16	8	14	56	6	22	3	13	69
7	15	11	12	56	7	20	5	13	65
8	15	11	12	56	8	20	5	13	65
9	14	14	10	56	9	20	3	15	63
10	15	10	13	55	10	19	3	16	60
11	13	12	13	51	11	18	6	14	60
12	13	8	17	47	12	18	1	19	55
13	12	10	16	46	13	16	3	19	51
14	11	11	16	44	14	11	10	17	43
15	11	10	7	43	15	12	1	25	37
16	10	13	15	43	16	10	4	24	34
17	9	16	13	43	17	8	6	24	30
18	10	12	16	42	18	6	1	31	19
19	9	13	16	40	19	5	4	29	19
20	8	14	16	38	20	5	3	30	18

Kemudian, diberikan pula dua buah contoh simulasi skenario untuk sistem $\frac{1}{2}$ kompetisi. Dari Tabel 3 di bawah ini dapat dilihat bahwa 35 total poin tidak menjamin suatu tim untuk lolos ke turnamen berikutnya.

Tabel 3
Simulasi Skenario Hasil Akhir Liga Inggris (35 Poin)

Simulasi 1					Simulasi 2				
Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin	Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	10	7	2	37	1	15	3	1	48
2	11	2	6	35	2	15	1	3	46
3	9	4	6	31	3	12	3	4	39
4	8	6	5	30	4	12	1	6	37
5	8	5	6	29	5	12	1	6	37
6	7	8	4	29	6	11	3	5	36
7	7	8	4	29	7	11	3	5	36
8	7	7	5	28	8	11	2	6	35
9	7	6	6	27	9	10	3	6	33
10	7	5	7	26	10	9	2	8	29
11	7	5	7	26	11	7	2	10	24
12	7	5	7	26	12	7	2	10	24
13	6	7	6	25	13	7	1	11	22
14	5	8	6	23	14	6	1	12	19
15	5	7	7	22	15	6	1	12	19
16	4	8	7	20	16	5	0	14	15
17	3	10	6	19	17	4	3	12	15
18	3	6	10	15	18	4	2	13	14
19	3	6	10	15	19	4	2	13	14
20	2	8	9	14	20	2	4	13	10

Dari contoh simulasi skenario yang telah diberikan di atas, timbul permasalahan bagaimana membentuk suatu model matematis tentang jumlah kemenangan minimum suatu tim dalam Liga Inggris agar dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (paling rendah masuk babak *playoff*). Selain itu, akan diberikan pula simulasi dari skenario suatu tim agar memperoleh poin minimum yang cukup untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Tabel 4 berikut menunjukkan banyaknya kemenangan yang diperoleh tim peringkat 4 dan 5 pada akhir kompetisi untuk musim kompetisi 2001-2010 (1 kali seri dihitung 1/3 kali menang).

Tabel 4
Banyaknya Kemenangan yang Diperoleh Tim Peringkat 4 dan 5 pada Akhir Kompetisi Liga Inggris (2001-2010)

Peringkat	Tahun									
	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
4	23 2/3	22 1/3	20	20 1/3	22 1/3	22 2/3	25 1/3	24	23 1/3	22 2/3
5	22	21 1/3	18 2/3	19 1/3	21 2/3	20	21 2/3	21	22 1/3	20 2/3

METODE

Teorema 1

Jika babak penyisihan menggunakan sistem $\frac{1}{2}$ kompetisi, setiap tim dengan banyaknya kemenangan lebih dari atau sama dengan $17\frac{1}{3}$ (total poin 52) akan memperoleh kesempatan untuk

berlaga di *UEFA Champion League* dan tidak ada tim dengan banyaknya kemenangan kurang dari $5\frac{1}{3}$ (total poin 16) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Bukti:

Misalkan 20 tim terdiri dari 5 tim teratas dan 15 tim terbawah. Dengan teknik perhitungan, total pertandingan ada $\binom{20}{2} = 190$ pertandingan. Jadi maksimum ada 190 kemenangan yang terjadi. Sedangkan dari 15 tim terbawah ada $\binom{15}{2} = 105$ pertandingan yang dimainkan antar 15 tim terbawah. Jadi maksimum ada 105 kemenangan. Karena setiap tim bermain 19 kali, 5 tim teratas dapat memenangkan 17 pertandingan dengan poin maksimum 85 (190-105) diantara 20 tim. Jadi setiap tim manapun dengan jumlah kemenangan lebih dari 17 (85/5) kali pertandingan akan masuk 4 besar dan akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Sekarang misalkan 20 tim terdiri dari 3 tim teratas dan 17 tim terbawah. Dari 17 tim terbawah, ada $\frac{17 \times 16}{2}$ pertandingan antar 17 tim terbawah. Terdapat 54 (190-136) pertandingan yang dimenangkan oleh 3 tim teratas (masing-masing 18 kali) diantara 20 tim. 3 tim teratas hanya kalah 1 kali dari masing-masing tim yang berada di 3 peringkat atas (tidak mungkin kalah dengan 17 tim terbawah, karena yang diinginkan adalah batas bawah maksimum agar tidak lolos. Jika kalah dari salah satu 17 tim terbawah, misalkan tim X, maka tim X akan lolos karena memperoleh 18 poin, 15 poin hasil seri ditambah 3 poin hasil menang. Sedangkan 16 tim lainnya masing-masing memperoleh poin 16, hasil seri semuanya. Namun, 16 poin ini bukan batas bawah agar tim dijamin tidak lolos karena bisa saja terjadi 17 tim tersebut semuanya seri yang berarti memperoleh 16 poin, dan ada yang lolos). Karena 17 tim masing-masing kalah 1 kali dari 3 tim teratas, maka masing-masing 17 tim itu kalah 3 kali. Total pertandingan ada 19, jadi sisa pertandingan untuk 17 tim tersebut adalah 16. Batas bawah maksimum agar tim dijamin tidak lolos adalah ketika tim memperoleh kemenangan kurang dari $5\frac{1}{3}$ ($\frac{16}{3}$).

Teorema 2

Jika babak penyisihan menggunakan sistem kompetisi penuh, (1) setiap tim dengan banyaknya kemenangan lebih dari atau sama dengan $34\frac{1}{3}$ (total poin 103) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* ; (2) tidak ada tim dengan banyaknya kemenangan kurang dari $10\frac{2}{3}$ (total poin 32) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*

Bukti:

Dengan teknik perhitungan, total seluruh pertandingan dari 15 tim terbawah (kandang dan tandang) adalah $2 \times \binom{15}{2} = 210$ pertandingan (antar 15 tim tersebut). Jadi maksimum ada 210 kemenangan. Karena total seluruh pertandingan ada 380 (20×19) pertandingan, maka 5 tim teratas dapat memenangkan paling banyak 170 (380-210) pertandingan diantara semua tim. Jadi setiap tim yang menang lebih dari 34 (170/5) pertandingan akan berada pada posisi 4 besar dan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Sekarang misalkan dari 20 tim terdiri dari 3 tim teratas dan 17 tim terbawah. Dari 17 tim terbawah, ada 272 (17×16) pertandingan antar 17 tim terbawah. Terdapat 108 (380-272) pertandingan yang dimenangkan oleh 3 tim teratas (masing-masing 36 kali). Tiga tim teratas hanya kalah 2 kali dari masing-masing tim yang berada di 3 peringkat atas (tidak mungkin kalah dengan 17 tim terbawah, karena yang diinginkan adalah batas bawah maksimum agar suatu tim tidak lolos. Jika kalah dari salah satu 17 tim terbawah, misalkan tim X, maka tim X akan lolos karena memperoleh 34 poin, 31 poin hasil seri ditambah 3 poin hasil menang. Sedangkan 16 tim lainnya masing-masing memperoleh poin 32, hasil seri semuanya. Namun, 32 poin ini bukan batas bawah agar tim dijamin tidak lolos, karena bisa saja terjadi 17 tim tersebut semuanya seri, yang berarti memperoleh 32 poin, dan ada yang lolos). Karena 17 tim masing-masing kalah 2 kali dari 3 tim teratas, maka masing-masing 17 tim itu kalah 6 kali. Total pertandingan ada 38, jadi sisa pertandingan untuk 17 tim tersebut adalah 32. Batas bawah maksimum agar tim dijamin tidak lolos adalah ketika tim memperoleh kemenangan kurang dari $10\frac{2}{3}$ (32/3).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini adalah contoh simulasi skenario (dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB) tentang banyaknya kemenangan suatu tim dengan 17 kemenangan (Tabel 5) sehingga tim itu gagal lolos ke *UEFA Champions League*. Jika tim tersebut memperoleh kemenangan kurang dari 17, maka tim tersebut mungkin tidak akan lolos ke *UEFA Champions League* (tidak dijamin), tetapi jika tim tersebut memperoleh total kemenangan lebih besar dari 17, dipastikan tim tersebut akan lolos ke *UEFA Champions League* (hal ini dijamin oleh Teorema 1).

Tabel 5
Simulasi Skenario Banyaknya Kemenangan Suatu Tim (51 Poin)

Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	17	0	2	51
2	17	0	2	51
3	17	0	2	51
4	17	0	2	51
5	17	0	2	51
6	14	0	5	42
7	13	0	6	39
8	12	0	7	36
9	11	0	8	33
10	10	0	9	30
11	9	0	10	27
12	8	0	11	24
13	7	0	12	21
14	6	0	13	18
15	5	0	14	15
16	4	0	15	12
17	3	0	16	9
18	2	0	17	6
19	1	0	18	3
20	0	0	19	0

Berikut ini adalah contoh simulasi skenario (dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB) tentang banyaknya kemenangan suatu tim yang mungkin diperoleh agar bisa berkompetisi di *UEFA Champion League*, yaitu total $5\frac{1}{3}$ kemenangan (Tabel 6, 16 kali seri). Jika tim tersebut memperoleh kemenangan lebih dari $5\frac{1}{3}$, tim tersebut mungkin bisa memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (tidak dijamin). Namun jika kurang dari $5\frac{1}{3}$ kemenangan, tim itu dipastikan tidak akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (hal ini dijamin oleh Teorema 1).

Tabel 6
Simulasi Skenario Banyaknya Kemenangan Suatu Tim (16 Poin)

Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	18	0	1	54
2	18	0	1	54
3	18	0	1	54
4	0	16	3	16
5	0	16	3	16
6	0	16	3	16
7	0	16	3	16
8	0	16	3	16
9	0	16	3	16
10	0	16	3	16
11	0	16	3	16
12	0	16	3	16
13	0	16	3	16
14	0	16	3	16
15	0	16	3	16
16	0	16	3	16
17	0	16	3	16
18	0	16	3	16
19	0	16	3	16
20	0	16	3	16

Berikut ini adalah contoh simulasi skenario (dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB) tentang banyaknya kemenangan suatu tim dengan 34 kemenangan (Tabel 7) sehingga tim itu gagal lolos ke *UEFA Champions League*. Jika tim tersebut memperoleh kemenangan kurang dari 34, tim tersebut mungkin tidak akan lolos ke *UEFA Champions League* (tidak dijamin). Namun jika tim tersebut memperoleh total kemenangan lebih besar dari 34, dipastikan tim tersebut akan lolos ke *UEFA Champions League* (hal ini dijamin oleh Teorema 2).

Tabel 7
Simulasi Skenario Banyaknya Kemenangan Suatu Tim (102 Poin)

Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	34	0	4	102
2	34	0	4	102
3	34	0	4	102
4	34	0	4	102
5	34	0	4	102
6	28	0	10	84
7	26	0	12	78
8	24	0	14	72
9	22	0	16	66
10	20	0	18	60
11	18	0	20	54
12	16	0	22	48
13	14	0	24	42
14	12	0	26	36
15	10	0	28	30
16	8	0	30	24
17	6	0	32	18
18	4	0	34	12
19	2	0	36	6
20	0	0	38	0

Berikut ini adalah contoh simulasi skenario (dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB) tentang banyaknya kemenangan suatu tim yang mungkin diperoleh agar bisa berkompetisi di *UEFA Champion League*, yaitu total $10\frac{2}{3}$ kemenangan (Tabel 8, 32 kali seri). Jika tim tersebut memperoleh kemenangan lebih dari $10\frac{2}{3}$, tim tersebut mungkin bisa memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (tidak dijamin), tetapi jika kurang dari $10\frac{2}{3}$ kemenangan, tim itu dipastikan tidak akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League* (hal ini dijamin oleh Teorema 2).

Tabel 8
Simulasi Skenario Banyaknya Kemenangan Suatu Tim (32 Poin)

Urutan	Menang	Seri	Kalah	Total Poin
1	36	0	2	108
2	36	0	2	108
3	36	0	2	108
4	0	32	6	32
5	0	32	6	32
6	0	32	6	32
7	0	32	6	32
8	0	32	6	32
9	0	32	6	32
10	0	32	6	32
11	0	32	6	32
12	0	32	6	32
13	0	32	6	32
14	0	32	6	32
15	0	32	6	32
16	0	32	6	32
17	0	32	6	32
18	0	32	6	32
19	0	32	6	32
20	0	32	6	32

PENUTUP

Dari hasil pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa: (1) jika babak penyisihan menggunakan sistem $\frac{1}{2}$ kompetisi, setiap tim dengan banyaknya kemenangan lebih dari atau sama dengan $17\frac{1}{3}$ (total poin 52) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*, dan tidak ada tim dengan banyaknya kemenangan kurang dari $5\frac{1}{3}$ (total poin 16) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*; (2) jika babak penyisihan menggunakan sistem kompetisi penuh, setiap tim dengan banyaknya kemenangan lebih dari atau sama dengan $34\frac{1}{3}$ (total poin 103) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*, dan tidak ada tim dengan banyaknya kemenangan kurang dari $10\frac{2}{3}$ (total poin 32) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*

DAFTAR PUSTAKA

- Clarke, Bob. (2005). The Number of Wins to Qualify for the AFL Finals. *Australian Mathematical Society Gazette*, 32(3), 176-178.
- Rosen, Kenneth. (2007). *Discrete Mathematics and Its Application* (6th edition). New York: McGraw-Hill.